**Algebra Booleană**

Această algebră are ca domeniu de valori doar {0,1} (privite ca valori de adevăr = 0=Fals, 1=Adevărat)

Peste această algebră sunt definite operațiile următoare, pe care le prezentăm în ordinea priorităților lor:

NOT (negație) - în Algebra boleană se notează cu o bară deasupra. Gen .

AND (conjuncție) - notat cu ⋅ (punctul de înmulțire, sau chiar \*)

XOR (disjuncție exclusivă) - notată cu ⊕

OR (disjuncție) - notată cu +

Tabelele lor de adevăr sunt:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Not | AND | XOR | OR |
| |  |  | | --- | --- | | A |  | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | A | B | A⋅B | | 0 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | A | B | A⊕B | | 0 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 0 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | A | B | A+B | | 0 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | |

Această algebră are propriile ei reguli de calcul. Există câteva care NU au sens în algebra numerelor naturale (de exemplu) însă au sens în algebra booleană.

O serie de exerciții cer simplificarea unor expresii. Pentru asta una dintre metode ar fi să aplicăm reguli de calcul.

Iată regulile cele mai importante:

1) Comutativitate:

A+B=B+A și de asemenea A⋅B=B⋅A

2) Asociativitate:

(A+B)+C = A+(B+C) și de asemenea (A⋅B) ⋅C = A⋅ (B⋅C)

3) Distributivitatea lui ⋅ față de + :

A⋅(B+C)=A⋅B+A⋅C

3') Distributivitatea lui față + de ⋅ :

**A+B⋅C=(A+B)⋅(A+C)** (!!! la algebra nr. naturale așa ceva NU există!!!)

Demonstrația se face luând toate valorile posibile pt. A, B, C (sunt DOAR 8 combinații)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A  (1) | B | C | B⋅C  (2) | A+ B⋅C  (1)+(2) | A+B  (3) | A+C  (4) | (A+B)⋅(A+C)  (3)⋅(4) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Din faptul că cele 2 coloane galbene sunt identice am dedus adevărul identității

4) Acestea două se numesc

5)Formulele lui De Morgan

6) A+0 = A (Elementul neutru al adunării este 0)

6') A⋅0 = 0 (Elementul nul al înmulțirii este 0)

7) A+1 = 1

7') A⋅1 = A (Elementul neutru al înmulțirii este 1)

8)

9) A+A=A și A⋅A=A (Idempotență)

10) =A

11) A+⋅B = aplicăm distrib. lui + față de ⋅ = (A+)⋅(A+B) = 1⋅(A+B) = A+B

12) (A+B)⋅(C+D) = A⋅C+A⋅D+B⋅C+B⋅D

13) A⋅(A+B) = A⋅A+A⋅B = A+A⋅B = A⋅1+A⋅B = A⋅(1+B) = A⋅1 = A

14) A⊕B = A⋅+⋅B (se demonstrează cu tabel)

15) = =

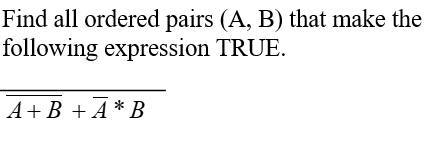
Exerciții:

1) Simplificați cât mai mult posibil:



= aplicăm 13 = = =

2)



Putem să facem direct cu tabel, dar nu strică să mai simplificăm înainte:

DECI toate perechile (A,B) care fac expresia să fie egală cu 1 sunt:

(1,0)

(1,1)

3)

