

Drum (Path) - succesiune de noduri (vârfuri) legate între ele prin muchii.

Dacă se repetă vreun nod - drumul este neelementar.

Dacă nu se repetă - este elementar

Ex: ABCD - drum elementar (simple path)

CABCD - drum neelementar

Ciclu (Cycle) - un drum în care: · nu se repetă muchii (!)

· nodul de început coincide cu cel de sfârșit.

Dacă într-un ciclu se repetă noduri, atunci ciclul se numește neelementar.

Dacă nu - se numește elementar.

De exemplu, în graful de mai sus există următoarele cicluri:

ABCA, ADCA, ABCDA

(!!un ciclu diferă de alt ciclu DOAR dacă mulțimea muchiilor din care este format este alta!!)

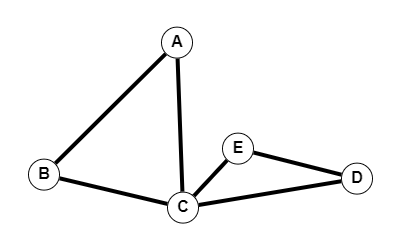
De exemplu, următoarele 6 moduri de scriere se referă TOATE la același ciclu:

ABCA = ACBA = BCAB = BACB = CABC = CBAC

Următorul NU reprezintă ciclu:

CABCDAC deoarece se repetă MUCHIA **AC**

Fie graful următor:



Șirul

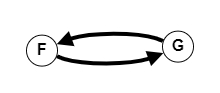
ABCDECA reprezintă un ciclu NEelementar (pentru că repetă vârful C - dar, așa cum am zis că trebuie să fie un ciclu, NU repetă nicio muchie)

În problemele de la ACSL, atunci când vi se cere să numărați ciclurile cerința se referă DOAR la cele elementare (deși NU specifică de regulă acest lucru în enunț).

Un alt lucru pe care e bine să-l faceți la ACSL: la grafurile orientate (cele în care muchiile au săgeți) sunt reprezentate săgeți cu 2 capete.

Dacă desenați grafurile în acest mod este mai greu să abstractizați faptul că acolo sunt de fapt 2 muchii.

Sugestie: nu strică să refaceți graful, desenând două săgeți în loc de una cu două capete.

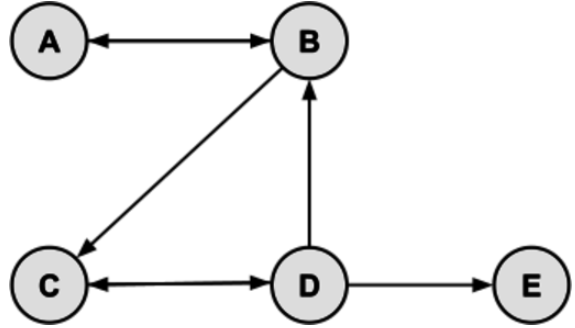
Deci în loc de:desenați:

!! Atât lungimea unui drum cât și a unui ciclu se măsoară în NUMĂRUL DE MUCHII!! (deci nr. de vârfuri minus 1 !!)

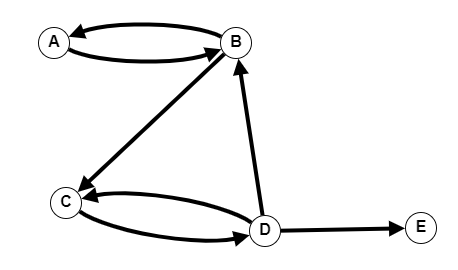
Exercițiu:

****

Mai întâi desenăm graful: americanii au propus asta:



Dar noi preferăm să-l desenăm așa:



Acum luăm ciclurile. Ca să nu greșim, e bine să ne stabilim un mod "sistematic" de a le lua - e preferabil să le luăm lexicografic (alfabetic, ca-n dicționar)

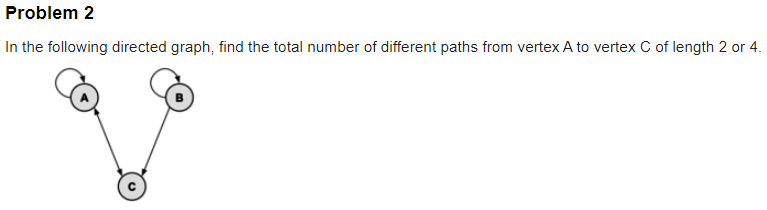
ABA

!! ar mai fi și ABCDBA !! DAR acesta nu este elementar (repetă vârful B)

BCDB

CDC

Deci DOAR acestea 3 reprezintă răspunsul.



Obs: Acest gen de grafuri, cu auto-muchii (bucle) - adică de la un nod la el însuși sunt prezente și permise la ACSL, ÎNSĂ, în practică, foarte rar se lucrează cu așa ceva.

Prezența unei astfel de muchie, de la un nod la el însuși, în practică se rezolvă prin introducerea încă unui nod suplimentar.

!!ÎN GRAFURILE DE LA BAC și din teoria românească aceste bucle sunt interzise!!

Să scriem mai întâi drumurile de lungime 2 de la A la C:

AAC (e unul singur)

Să scriem apoi drumurile de lungime 4 de la A la C:

(deci de forma A???C)

AAAAC, AACAC, ACAAC

DECI, în total avem 4 drumuri.

Dacă sunt FOARTE multe astfel de drumuri, metoda de mai sus, "by inspection" devine foarte greu de urmărit fără să scăpăm din vedere anumite drumuri.

O metodă alternativă mult mai viabilă este să ne folosim de matricea de adiacență.

Aceasta are proprietatea că, ridicată la puteri (adică înmulțită cu ea însăși de un număr de ori) ne dă numărul total de drumuri de lungime exact puterea respectivă.

De exemplu, A3 este o matrice în care elementele ne dau numărul total de drumuri de lungime exact 3 dintre nodurile respective.

Deci, să vedem cum se înmulțesc matricele.

Ca să putem înmulți 2 matrice (A x B) numărul de coloane ale matricei A trebuie să fie identic cu numărul de linii ale matricei B. Matricea rezultat are tot atâtea linii câte are matricea A și tot atâtea coloane câte are matricea B.

În cazul grafurilor, matricele fiind pătratice, acest lucru este automat realizat (posibilitatea înmulțirii). Mai mult, matricea rezultat este tot pătratică și are tot aceleași dimensiuni.

Matricea rezultat se formează astfel:

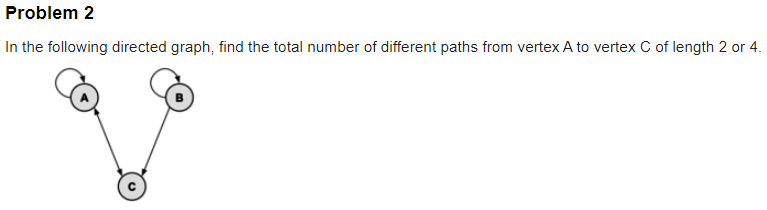
elementul ci,j este calculat din linia i a matricei A și coloana j a matricei B. Mai precis între elementele aflate pe aceeași poziție se face produsul și dintre toate aceste produse se face suma.

Iată cum: (am luat o matrice A ∈M2x**4**și B ∈M**4**x3 , rezultatul fiind o matrice C∈M2x3

Deci c1,2 este format din elementele liniei 1 din prima matrice și coloanei a 2-a din a doua matrice (cea verde și cea roșie) - elementele de pe aceleași poziții înmulțindu-se și între produse făcându-se suma.

c**1**,**2** = a**1**,**1**­­⋅b**1**,**2** + a**1**,**2**­­⋅b**2**,**2** + a**1**,**3**­­⋅b**3**,**2**+ a**1**,**4**⋅b**4**,**2**

Să reluăm problema cu graful, cu drumurile de lungime 2 sau 4:



Să scriem matricea de adiacență a grafului:

A=

Să o ridicăm la puterile 2 și 4.

Pentru puterea 2 o înmulțim cu ea însăși iar pentru 4 o înmulțim pe cea de la puterea 2 încă o dacă cu ea însăși

A2=

DECI A2= . Din matricea asta reiese că nr. de drumuri de lungime 2 de la A la C

(adică elementul de la indicii 1,3) este 1

Să calculăm A4 =

DECI nr. total de drumuri de lungime FIX 4 de la A la C este 3

Răspuns: total 1+3 = 4.