**Funcții recursive (recurente)**

Este vorba de niște funcții al căror calcul depinde de alte valori ale aceleiași funcții.

Evident, acest lucru NU se poate petrece la nesfârșit, astfel procedeul de calcul trebuie să fi reductiv, până la un caz de bază, care are rezolvare imediată.

Ex:

n! = 1\*2\*...\*n (se definește pt. n număr natural)

Definiția sa recursivă:

Conform acestei definiții:

4! = 4⋅3! = 4⋅6 = 24

3! = 3⋅2! = 3⋅2 = 6

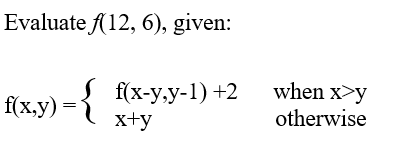
2! = 2⋅1! = 2⋅1 = 2

1! = 1⋅0! = 1⋅0 = 1

0! = 1 (acesta este pasul de bază)

Exerciții:

1)



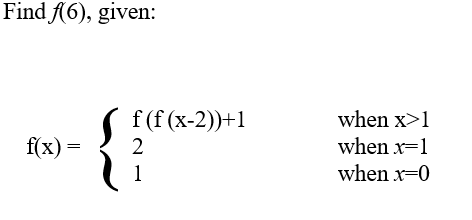
f(12,6) = f(12-6,6-1) +2 = f(6,5)+2 = 7+2 = 9

f(6,5) = f(1,4)+2 = 5+2 = 7

f(1,4) = 5

Răspuns: 9

2)



f(6) = f(f(4))+1 = f(5) + 1 = 6+1 = 7

f(4) = f(f(2))+1 = f(3) + 1 = 5

f(2) = f(f(0))+1 = f(1) + 1 = 2 +1 = 3

f(0) = 1

f(1) = 2

f(3) = f(f(1))+1 = f(2) + 1 = 3+4 = 4

f(5) = f(f(3))+1 = f(4) + 1 = 5+1 = 6

Răspuns: 7

O altă metodă de rezolvare constă în abordare bottom-up (de jos în sus) - în loc să pornim de la f(6) și să tot calculăm în jos, pornim de la f(0) și tot calculăm până ajungem la f(6):

f(0) = 1

f(1) = 2

f(2) = f(f(0)) + 1 = f(1) + 1 = 2+1 = 3

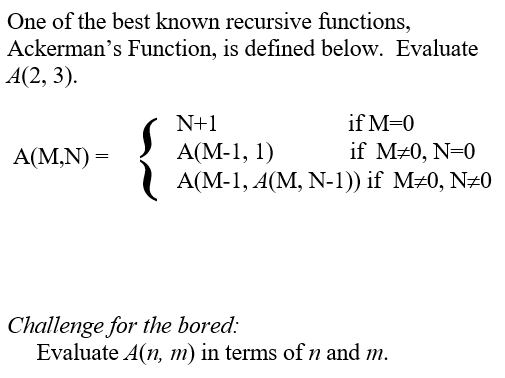
f(3) = f(f(1)) + 1 = f(2) + 1 = 3+4 = 4

f(4) = f(f(2)) + 1 = f(3) + 1 = 4+1 = 5

f(5) = f(f(3)) + 1 = f(4) + 1 = 5+1 = 6

f(6) = f(f(4)) + 1 = f(5) + 1 = 6+1 = 7

3)



La funcția aceasta abordarea care convine cel mai tare este una de tip bottom-up, în care valorile funcției le scriem într-un tabel (pentru că depinde de DOUĂ variabile (N și M)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n  m | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 3 | 5 | 7 | 9 |  |  |  |  |  |

a(0,0)=1, a(0,1)=2

a(1,0)=a(0,1)=2

a(1,1)=a(0,a(1,0))=a(0,2)=3

a(1,2)=a(0,a(1,1))=a(0,3)=4

a(1,3)=a(0,a(1,2))=a(0,4)=5

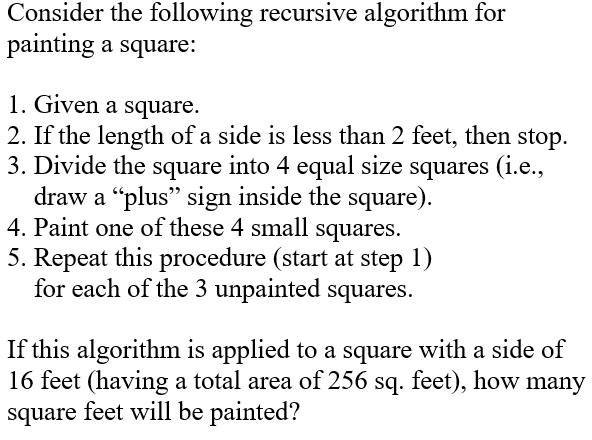
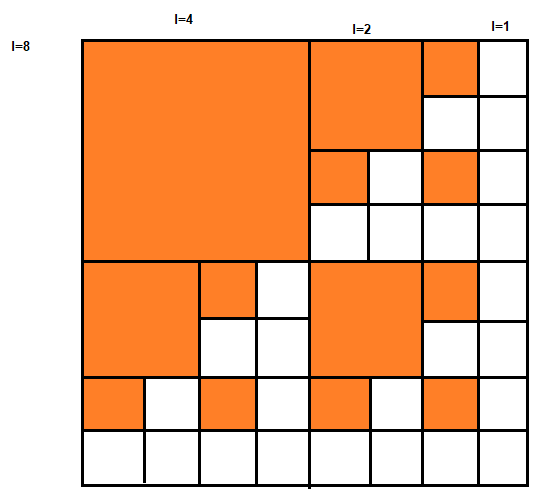
a(2,0)=a(1,1)=3

a(2,1)=a(1,a(2,0))=a(1,3)=5

a(2,2)=a(1,a(2,1))=a(1,5)=7

a(2,3)=a(1,a(2,2))=a(1,7)=9

4)



Scriem o funcție recurentă care să modeleze aria totală pictată:

Și acum calculăm ce ne-au cerut:

f(16)=82+3⋅f(8)=64+111=175

f(8)=42+3⋅f(4)=16+21=37

f(4)=22+3⋅f(2)=4+3=7

f(2)=12+3⋅f(1)=1

f(1)=0