1) Se dă un graf neorientat complet cu 6 noduri.

Care e numărul total de cicluri elementare distincte cu 4 muchii.

Un ciclu cu 4 muchii are forma:

(a,b,c,d,a) unde a,b,c,d sunt distincte (2 câte 2)

DECI, dacă ar fi să alegem TOATE șirurile distincte de forma

(a,b,c,d) dintre cele 4 am avea de făcut: aranjamente de 6 luate câte 4.

A64=6!/(6-4)!=6\*5\*4\*3

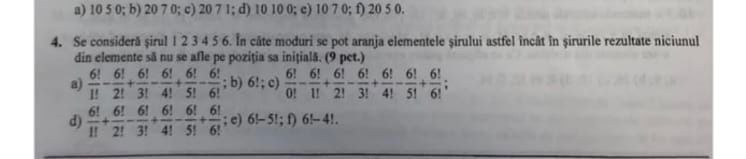
DAR același ciclu, dat fiind că are lungime 4, se poate scrie în 8 moduri distincte

Ex:

(1,2,3,4)=(2,3,4,1)=(3,4,1,2)=(4,1,2,3)=(1,4,3,2)=(4,3,2,1)=(3,2,1,4)=(2,1,4,3).

DECI rezultatul obținut îl împărțim la 8.

Răspuns: 6\*5\*4\*3/8=45.

2) 

Problema generalizată nu este chiar evidentă (vezi demonstrația pe pagina următoare) - se bazează pe principiul includerii și excluderii.

Din punct de vedere practic (pt. problema de față, ca să nu transformăm exercițiul într-unul de mate), probabil că soluția se obține calculând de mână permutările fără puncte fixe pt. n=4 și verificând care dintre formulele respective s-ar potrivi.

n=4

2 1 4 3 3 1 4 2 4 1 2 3 - 9 buc.

2 3 4 1 3 4 1 2 4 3 1 2

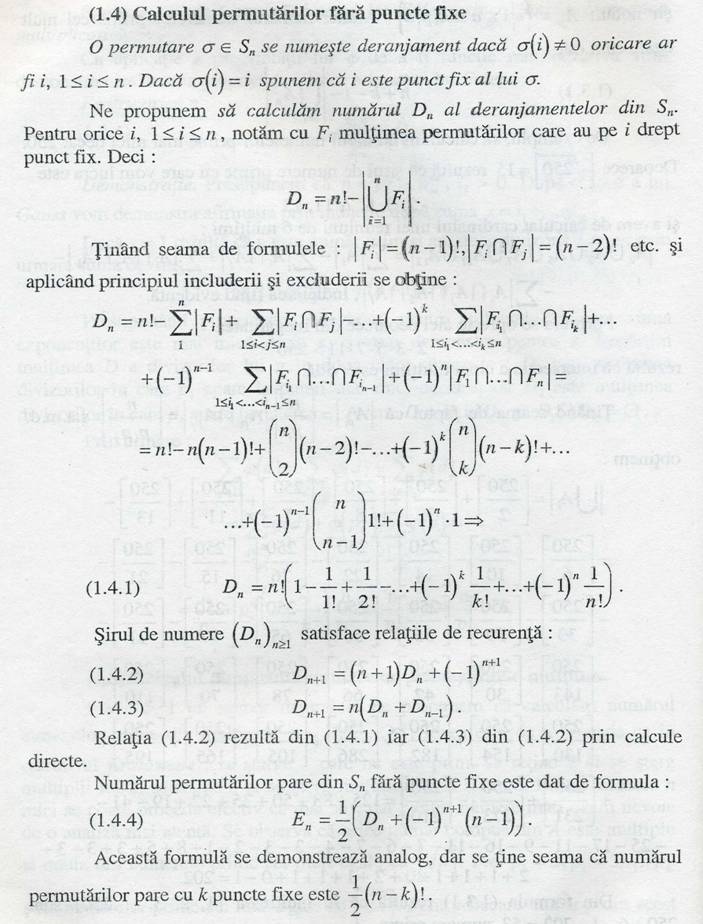
2 4 1 3 3 4 2 1 4 3 2 1

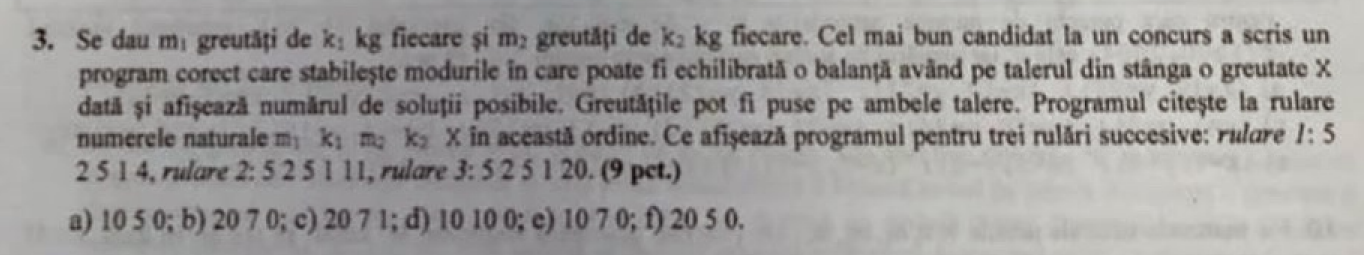
particularizăm răspunsurile: a) 4!-4!/2!+4!/3!-4!/4!=24-12+4-1=15 NU

b) 4! NU c) 4!/0!-4!/1!+4!/2!-4!/3!+4!/4!=24-24+12-4+1=9 DA

d) 4!/1!+4!/2!-4!/3!+4!/4!=24+12-3+1=34 NU e) 4!-3!=24-6=18

f) 4!-2!=24-2=22 NU





rulare 1: m1=5 k1=2 m2=5 k1=1 X=4

notăm x1 și y1 câte greutăți punem pe talerul din stânga

notăm x2 și y2 câte greutăți punem pe talerul din dreapta

4+2x1+y1=2x2+y2

2(x2-x1)+y2-y1=4 cu x1+x2 pozitive și <=5 și la fel și y1+y2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x2 | x1 | y2 | y1 |
| 0 | 0 | 4 | 0 |
| 1 | 0 | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 3 | 1 |
| 1 | 1 | 4 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 2 | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 0 |
| 2 | 1 | 3 | 1 |
| 2 | 2 | 4 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 2 |
| 3 | 0 | 1 | 3 |

... deja avem mai mult de 10 soluții și exemplele au pt. acest caz doar soluțiile 10 și 20. Deci cele cu 10 pică.

Rămân doar cele cu 20 (b,c,f).

Verificăm ultima rulare - pt. că avem doar 0 sau 1 (gen se poate sau nu)

rulare 3: m1=5 k1=2 m2=5 k1=1 X=20

20+2x1+y1=2x2+y2

2(x2-x1)+y2-y1=20 cu x1+x2 pozitive și <=5 și la fel și y1+y2

Cu restricțiile date diferențele x2-x1 și y2-y1 trebuie să fie maxime - ele pot fi MAXIM 5 deci Nu putem atinge 20. Deci 0 soluții.

Rămâne deci să verificăm între b) și f) - deci tre' să facem și-a doua rulare:

rulare 3: m1=5 k1=2 m2=5 k1=1 X=11

11+2x1+y1=2x2+y2

2(x2-x1)+y2-y1=11 cu x1+x2 pozitive și <=5 și la fel și y1+y2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x2 | x1 | y2 | y1 |
| 0 | 0 | - | - |
| 0 | 1 | - | - |
| 1 | 0 | - | - |
| 2 | 0 | - | - |
| 3 | 0 | 5 | 0 |
| 3 | 1 | - | - |
| 4 | 0 | 3 | 0 |
| 4 | 0 | 4 | 1 |
| 4 | 1 | 5 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 2 | 1 |
| 5 | 0 | 3 | 2 |

Deci 7 soluții ⇒ b) este corect