**Teoria grafurilor**

Graf = o structură care modelează rețele (formate din noduri sau vârfuri – (vertex / vertices) legate între ele prin muchii (edge) ).

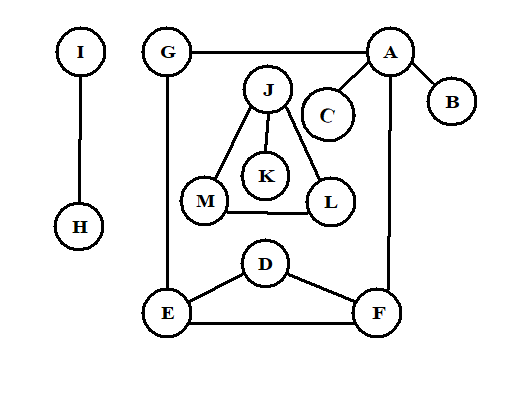
Dacă muchiile sunt cu dublu sens (pot fi parcurse în ambele sensuri) atunci graful se numește „neorientat” (undirected). Dacă sensul parcurgerii contează se numește „orientat” (directed).

Numim „drum” (path) un șir de vârfuri între care există muchii (între nodurile vecine).

Dacă drumul NU repetă nicio muchie se numește drum SIMPLU.

Dacă NU repetă niciun nod se numește ELEMENTAR. (dacă repetă vreun nod se numește neelementar)

Ex:



Drum elementar: (G,E,D,F,A,B)

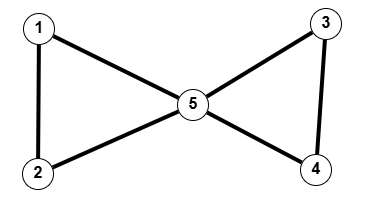
Drum neelementar și nesimplu: (G,E,G,E,D,F,E,F,A)

Drum neelementar și simplu: (A,G,E,F,D,E)

Numim ciclu (cycle) un drum simplu (!!prin definiție, într-un ciclu NU avem voie să repetăm muchii!!) în care primul nod coincide cu ultimul.

Același ciclu se poate scrie în mai multe feluri. Două cicluri se consideră distincte DOAR dacă mulțimea muchiilor din care ele sunt formate este diferită.

Dacă, în plus, în afară de primul și ultimul vârf NU mai avem alte vârfuri egale, ciclul se numește „elementar”.

Ciclu elementar: (1,2,5,1) și (3,4,5,3)

(obs: ciclul (1,2,5,1) se mai poate scrie în alte 5 feluri, următoarele fiind ACELAȘI lucru:

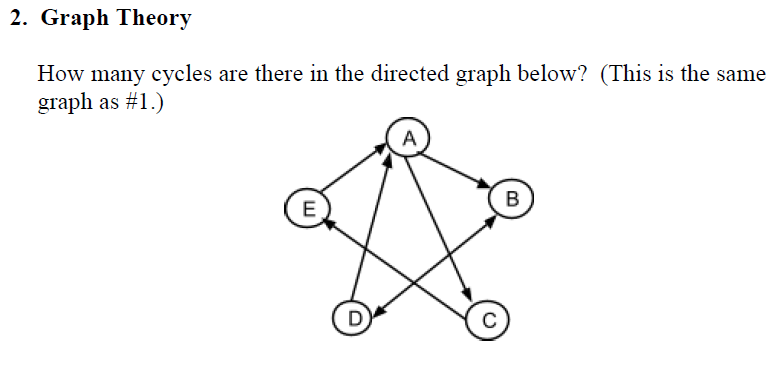
(2,5,1,2) (5,1,2,5)

(1,5,2,1) (5,2,1,5) (2,1,5,2) )

Ciclu NEelementar: (1,5,4,3,5,2,1)

**!!LA EXERCIȚIILE DE LA ACSL, DACĂ VI SE CERE SĂ IDENTIFICAȚI CICLURI, VI SE CER DOAR CELE ELEMENTARE!!**

Exerciții:

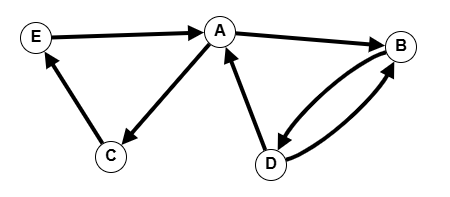


La acest tip de exerciții, dacă vă simțiți mai comod, e preferabil să redesenați graful:

- făcând în așa fel încât să NU mai apară intersecții

- acolo unde avem săgeată cu 2 capete, să punem două arce.

Graful de mai sus arată așa dacă-l redesenăm:



Cel mai riguros este să căutăm lexicografic toate ciclurile

- care încep din A.

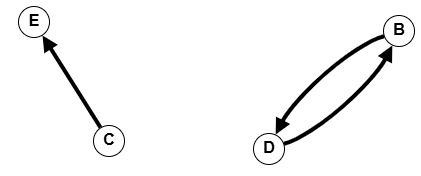
După ce facem asta, „ștergem” A, și continuăm la fel cu B, etc.

ABDA

ACEA

Am epuizat TOATE ciclurile care pleacă din A.

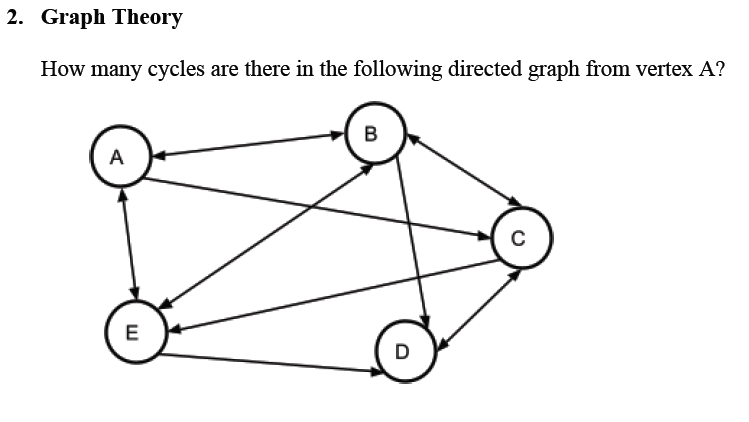
Prin urmare șterg A și văd ce cicluri au mai rămas:



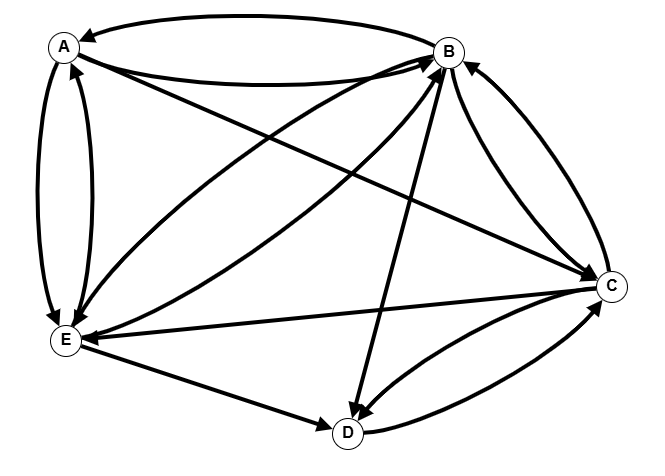
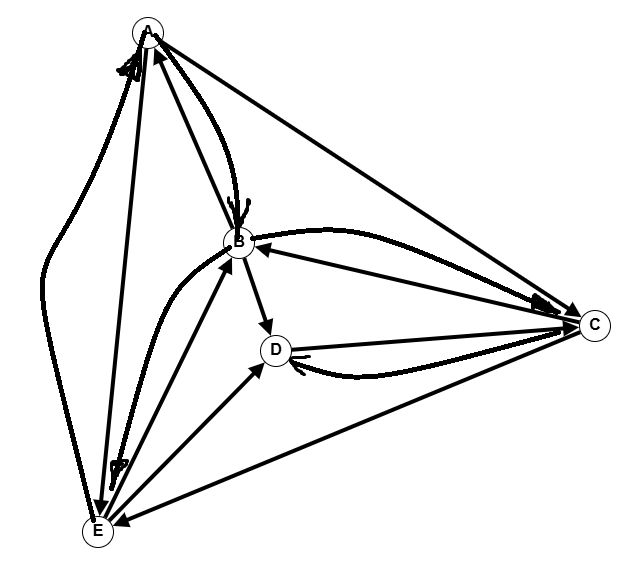
Se vede că a mai rămas DOAR 1 ciclu: BDB

Răspuns: 3

Alt exercițiu:



Să le determinăm apoi și pe TOATE (nr. total)

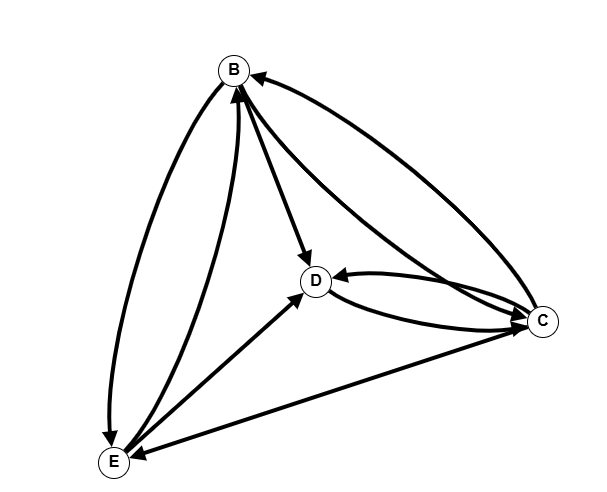
sau 

ABA, ABCEA, ABDCEA, ABEA

ACBA, ACBEA, ACEA, ACEBA

AEA, AEBA, AEDCBA Deci 11 cicluri din A.

Dacă e să continuăm : ștergem A și vedem care alte cicluri mai sunt care conțin B



BCB

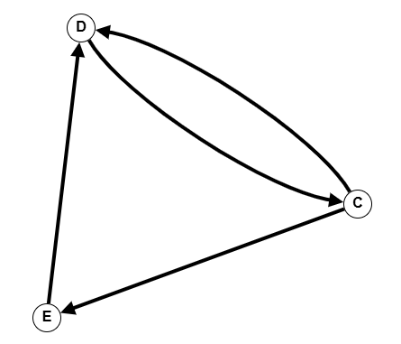
BCEB

BDCB

BDCEB

BEB

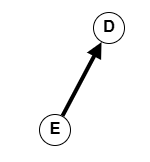
BEDCB

Apoi ștergem B și vedem care mai sunt din C:

CDC

CEDC

După ce ștergem C NU mai există cicluri:



**Matricea de adiacență**

Este o matrice binară (cu elem. 0, 1) care permite reprezentarea numerică a unui graf.

Principiul este simplu: un element al matricii **a[i,j]=1** dacă există muchie / arc de la i la j,

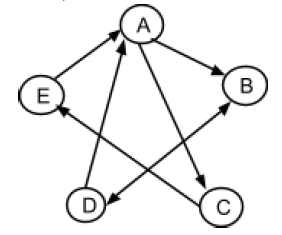
respectiv 0 dacă nu există.

Între un nod și el însuși se consideră că nu există.

(dacă avem litere pe graf, le identificăm cu numere A=1, B=2, etc.)

Obs: dacă graful este neorientat, matricea este simetrică, adică: **a[i,j]=a[j,i]**

De exemplu, graful



are următoarea matrice de adiacență:

Înmulțirea matricilor: două matrici se pot înmulți dacă numărul de coloane de la prima este identic cu numărul de linii de la a doua.

Matricea rezultat are atâtea linii câte are prima dintre matrici și atâtea coloane câte are a doua.

An,p x Bp,m => Cn,m

Și anume, un element ci,j din matricea produs se obține din linia i din prima matrice și linia j din a doua matrice, adunând produsele elementelor aflate pe aceleași poziții.

A2,4x B4,3 = C2,3

x =

Dacă înmulțim o matrice pătratică cu altă matrice pătratică de aceleași dimensiuni iese tot o matrice pătratică de aceleași dimensiuni.

În cazul grafurilor, dacă pornim de la matricea de adiacență și o ridicăm la o anumită putere k (adică o înmulțim cu ea însăși de k ori) numerele obținute pentru fiecare

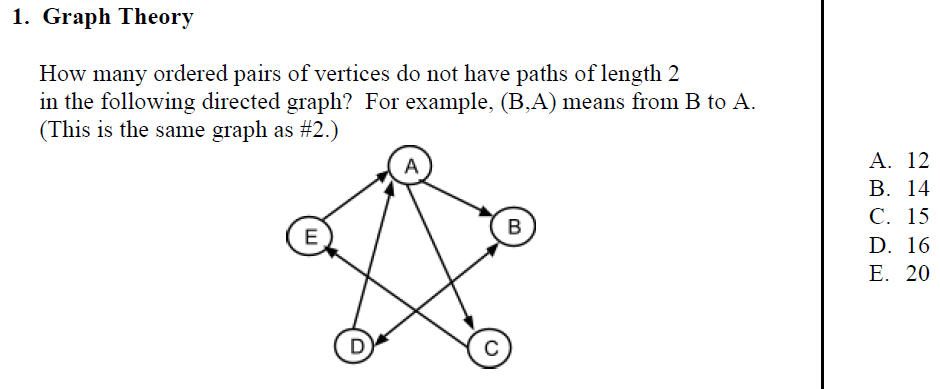
ak[i,j] reprezintă numărul TOTAL DE DRUMURI (neelementare) de lungime EXACT k, ce există între i și j.

Formula generală a produsului

c[i,j] = .

LA ACSL ni se cere adesea să determinăm ceva legat de numărul de drumuri.

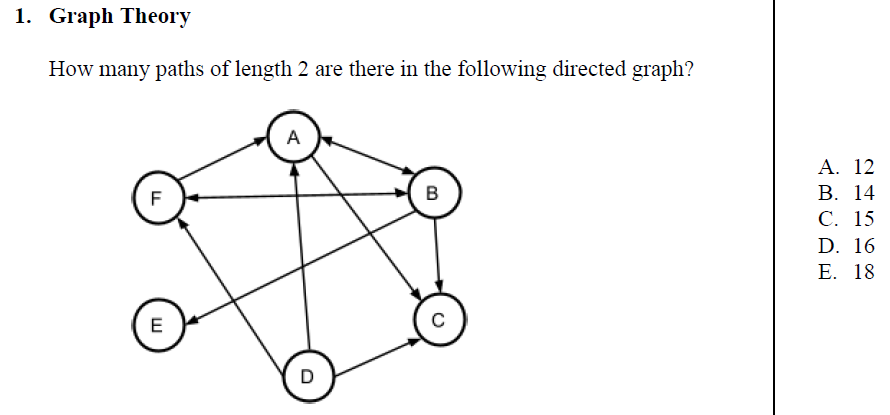
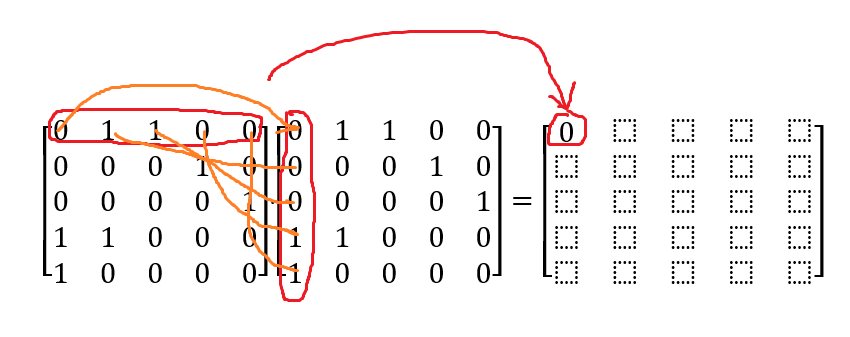
Exerciții:



Facem cu matrice de adiacență: o ridicăm la puterea a doua:

⋅

Răspuns: numărăm câți de 0 avem: 15



⋅=

Adunăm valorile: 18